

На правах рукописи

Буденный Семен Андреевич

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОСТАДИЙНОГО
ГИДРОРАЗРЫВА ПЛАСТА В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СКВАЖИНЕ**

Специальность 25.00.10

«Геофизика, геофизические методы поисков полезных ископаемых»

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2019

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)» при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение №075-15-2019-1279 от 21.06.2019 г., уникальный идентификатор: RFMEFI58117X0027).

Научный руководитель:

Хасанов Марс Магнавиевич, доктор технических наук, профессор, директор по науке ПАО «Газпром нефть».

Официальные оппоненты:

- **Осипцов Андрей Александрович**, доктор физико-математических наук, доцент, руководитель лаборатории моделирования многофазных систем Центра добычи углеводородов Сколковского института науки и технологий;
- **Пушкарев Павел Юрьевич**, доктор геолого-минералогических наук, профессор, профессор кафедры геофизических методов исследования земной коры геологического факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова».

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики Земли имени О. Ю. Шмидта Российской академии наук

Защита диссертации состоится 24 декабря 2019 г. в ____ часов ____ минут на заседании диссертационного совета Д002.050.01 Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института динамики геосфер имени академика М.А. Садовского Российской академии наук (ИДГ РАН) по адресу: 119334, Россия, г. Москва, Ленинский проспект, д.38, корпус 1.

С диссертацией можно ознакомиться в ИДГ РАН и на сайте idg.chph.ras.ru.

Автореферат разослан « » _____ 2019 г.

Ученый секретарь диссертационного совета Д002.050.01 кандидат физико-математических наук

Виноградов Е.А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования

Получение информации о динамике роста трещины гидроразрыва в пласте ограничено небольшим набором косвенных методов, наиболее распространенным из которых является микросейсмический мониторинг. Так как не существует прямых методов определения геометрии трещины в процессе ее роста в пласте, при планировании дизайна гидроразрыва пласта (ГРП) необходимо опираться на результаты численного моделирования процессов инициации, роста и смыкания трещин. Не смотря на относительно долгий период эксплуатации технологии (начиная с 50-х годов), на сегодняшний день не существует единой всеми принятой физико-математической модели, способной связно описать в полной мере все ключевые процессы, протекающие при гидроразрыве: инициация и рост трещин, массоперенос смеси рабочей жидкости и твердой фазы в каналах трещин, в стволе скважины.

Сложность связанного решения всех процессов обусловлена их сильной нелинейной связью. На сегодняшний день существует множество работ, посвященных решению отдельных задач по теме ГРП, значительно меньше работ можно встретить, где описывается связанное решение всех процессов. В связи с этим возникает необходимость в комплексном решении задачи определения динамики роста трещин ГРП, с одной стороны, учитывающем все ключевые физические процессы ГРП с минимальным количеством упрощающих предположений (в то же время приемлемых для решения инженерных прикладных задач), с другой — достаточным для эффективного с точки зрения притока планирования дизайна работ ГРП (режима закачки) и проведения ретроспективного анализа ранее проведенных.

Цели и задачи работы

Целью диссертационной работы является создание программного комплекса для планирования дизайна многостадийного гидроразрыва пласта. Для достижения поставленной цели автором диссертации решены следующие задачи:

- реализация численного алгоритма роста трещины в рамках модели Cell-based R3D в неоднородном геологическом разрезе — связанное моделирование процессов течения смеси жидкости с ньютоновской степенной реологией и пропантом в канале трещины ГРП и роста трещин согласно силовому критерию разрушения;
- апробация модели путем сравнения с полуаналитическими решениями, в т.ч.

апробация модели роста трещины в многослойной литологии с учетом вязкостной диссипации энергии путем сравнения с планарными моделями;

- формирование и численная реализация алгоритма для моделирования процессов роста нескольких трещин в рамках одной стадии, массопереноса смеси жидкости и проппанта в стволе скважины, а также интерференции трещин за счет индуцированного напряжения;
- реализация программного комплекса на базе разработанных численных алгоритмов, позволяющего проводить моделирование дизайна МГРП в горизонтальной скважине путем задания произвольного режима закачки на устье скважины, различных типов проппанта и жидкостей, геомеханического разреза с произвольным количеством слоёв, а также пространственного профиля скважины с произвольным количеством стадий МГРП и точек инициации трещин в каждой из них;
- применение разработанного программного комплекса для решения прикладных задач: анализа влияния эффекта конечного экранирования на профиль закрепленной на проппант трещины, анализа влияния вязкостной диссипации энергии на прорыв в нецелевые слои.

Научная новизна

- Предложено расширение классической модели ГРП РЗД до модели, учитывающей неявно вязкостную диссипацию энергии в процессе роста трещины в геологическом разрезе, неоднородном по упруго-прочностным свойствам, путем ввода эффективного коэффициента трещиностойкости.
- Предложен подход расщепления геомеханической и гидродинамической задач, обоснованный наличием временной разномасштабности процессов формирования квазиравновесной трещины (характерные скорости распространения порядка скорости звука в среде) и конвективного массопереноса в канале трещины, процесс разрушения породы рассматривается в статической постановке.
- Реализован комплексный подход, позволяющий решать совместно задачи упругости и разрушения в породе с неоднородным геологическим разрезом, массопереноса смеси жидкости неньютоновской реологии и дисперсной фазы в канале трещины и в стволе скважины, а также взаимного влияния трещин друг на друга за счет индуцированных напряжений.

Теоретическая и практическая значимость

На базе реализованного подхода предоставляется возможность комплексного анализа влияния эффектов концевое экранирования, эффекта интерференции трещин, режима закачки рабочей смеси на динамику роста нескольких трещин в условиях одной стадии. Результаты таких исследований лежат в основе решения практической задачи — подбора дизайна МГРП, позволяющего достичь целевых значений дебита скважины.

Разработанные в диссертации численные алгоритмы применимы для ретроспективного анализа ранее проведенных работ ГРП, а также проектирования дизайна ГРП для будущих работ. На базе разработанных алгоритмов проведена оптимизация многостадийного ГРП для скважин, вскрывающих пласты Баженовской свиты. Некоторые результаты диссертации легли в основу разработки коммерческого симулятора ГРП.

Методология и методы исследования

Для решения поставленных задач в диссертационной работе использованы: аппарат теории упругости и разрушения, массопереноса для физико-математической формализации задач; метод конечных разностей для численного решения уравнений в частных производных, описывающих рост трещины и массоперенос в ее канале, а также построения численных экспериментов; метод разрывных смещений для численного определения избыточных напряжений в пласте, индуцированных трещинами ГРП, определения взаимного влияния трещин друг на друга в условиях многостадийного ГРП; численные методы оптимизации для поиска равновесного состояния трещины при различных значениях давления внутри.

Положения, выносимые на защиту

На защиту выносятся следующие результаты:

- комплексный подход к моделированию технологии многостадийного гидро-разрыва пласта в многослойной литологии в стволе горизонтальной скважины в рамках кусочно-заданной псевдотрехмерной модели;
- подход к расширению классической кусочно-заданной псевдотрехмерной модели трещины ГРП РЗД, в котором неявно учитывается вязкостная диссипация энергии при вертикальном росте трещины в многослойной литологии;
- реализация разработанных алгоритмов в виде прикладного программного комплекса для проектирования дизайна МГРП.

Степень достоверности и апробация результатов

Достоверность результатов, полученных в диссертационной работе, обусловлена решением уравнений на неразрывность фаз и сохранение моментов импульса, использованием эмпирических замыкающих соотношений, наиболее часто встречающихся в научной литературе, а также подтверждающимися практикой в нефтегазовой индустрии при планировании и проведении работ по гидроразрыву пласта. Численные решения проверены на сходимость и сохранение материального баланса. Валидация численного решения также проводилась путем сравнения с результатами, полученными в статьях сторонних авторов.

Основные результаты работы представлены на: научно-техническом семинаре ООО "Газпромнефть НТЦ" (Санкт-Петербург, 2015); XV Европейской конференции по математике в нефтегазовой отрасли европейской ассоциации геологов и инженеров (EAGE) (Амстердам, 2016); Петербургском международном газовом форуме совместно с компанией ООО "Газпромнефть НТЦ" (Санкт-Петербург, 2016); Технической конференции общества инженеров-нефтяников (SPE) "ГРП в России: опыт и перспективы" (Москва, 2016); Российской нефтегазовой технической конференции и выставке SPE, на региональном конкурсе студенческих работ (Москва, 2016), где в секции аспирантов получено призовое 1-е место; 59я всероссийская научная конференция МФТИ, где в секции нефтегазового инжиниринга получено призовое 1-е место (Москва, 2016); Совместном научно-техническом семинаре общества инженеров-нефтяников (SPE) и европейской ассоциации геологов и инженеров (EAGE) на тему "Наука о сланцах: проблемы разведки и разработки" (Москва, 2017); заочно на Технической конференции и выставке SPE АСТЕ, на международном конкурсе аспирантов (Сан-Антонио, США, 2017).

Содержание работы

Диссертация состоит из введения, трех основных глав, заключения, списка литературы и приложения.

Во **Введении** обосновывается актуальность моделирования гидроразрыва пласта, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируются цели и задачи работы, а также ее научная новизна и практическая значимость, представлены основные положения, выносимые на защиту, обоснована достоверность результатов и описан личный вклад автора работы.

В **Первой главе** представлена физико-математическая формализация задачи роста одиночной трещины ГРП в неоднородном геологическом разрезе в рамках модели РЗД, учитывающей неявно вязкостную диссипацию энергии в вертикальном росте путем введения эффективного коэффициента трещиностойкости (который учитывает конечную скорость кончиков трещины). Построено численное

решение на основе выписанной математической модели, результаты численного решения апробированы на аналитических решениях, а также на результатах научных статей сторонних авторов.

Задача роста одиночной трещины поставлена следующим образом. При заданном профиле упруго-прочностных свойств пласта (модуль Юнга E , коэффициент Пуассона ν , минимальное горизонтальное напряжение σ_{\min} , коэффициент трещиностойкости K_{IC} , коэффициент утечек C_l), свойствах несущей фазы (плотность ρ_f , показатель неньютоновского поведения n , индекс консистенции K) и частиц проппанта (плотность материала ρ_p , радиус частиц a), а также режиме закачки (объемный расход смеси q_m , объемная концентрация проппанта β) необходимо определить динамику роста трещины ГРП в процессе роста и ее закрепления на проппант, — временные зависимости длины трещины L , профиля раскрытия w , высоты трещины h_f , а также профиль избыточного давления жидкости в канале трещины $p_{net} = p_f - \sigma_{\min}$.

Основными допущениями, принятыми при решении задачи о росте одиночной трещины ГРП, являются следующие: деформация горной породы рассматривается как линейно-упругая (компоненты напряжений являются линейными функциями компонент деформаций); отсутствует запаздывание фронта жидкости перед кончиком трещины; внутренняя поверхность трещины считается гладкой, пренебрегается шероховатостью стенок; нелокальная связь между давлением внутри трещины и ее раскрытием задается для эффективной среды (упругие свойства неоднородной среды принимаются как средневзвешенное по вскрываемым трещиной слоям).

Модель РЗД выбрана в качестве базовой в задаче моделирования динамики роста трещины ГРП. В данной модели трещина представлена в виде гидродинамически связанных объемных ячеек (далее ячеек) $A_f \Delta s$, где Δs — длины ячейки (s — криволинейная координата, определяющая направление роста трещины), A_f — площадь сечения канала трещины. Динамика изменения площади сечения канала трещины A_f определяется расходом жидкости на устье трещины: решаются уравнения неразрывности и сохранения моментов импульса. Модель подразумевает наличие одномерного профиля давления внутри трещины $p(s)$, изменяющегося только вдоль направления роста, т.е. вдоль криволинейной координаты s . Профиль раскрытия трещины $w(z)$ при заданном давлении в ячейке p определяется в рамках геомеханической задачи. Задачи гидродинамики и геомеханики рассмотрены ниже.

Решение задачи многофазного течения в канале трещины основано на приближении эффективной среды, где суспензия рассматривается как вязкая несжимаемая жидкость с плотностью и вязкостью, зависящими явно от объемной доли дисперсной фазы. Ввиду малости профиля раскрытия и высокой вязкости флюида наблюдается быстрое достижение стационарного режима в каждой точке, т.е.

достигается режим Стокса, когда поле скоростей мгновенно адаптируется под изменения поля давления. Таким образом, движение жидкости в канале трещины рассмотрено в приближении модели смазочного слоя. Из теории смазочного слоя имеем следующее выражение для локальной неразрывности жидкостной и дисперсной (частиц проппанта) фаз в канале трещины переменного сечения:

$$\frac{\partial(1-\beta)A_f}{\partial t} + \frac{\partial(1-\beta)q}{\partial s} + (1-\beta)q_l = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial\beta A_f}{\partial t} + \frac{\partial\beta q}{\partial s} = 0, \quad (2)$$

где β — объемная концентрация проппанта, q — объемный расход жидкости в единицу высоты трещины, q_l — объемный расход утечек Картера, определяемый выражением:

$$q_l(s, t) = \frac{2C_l h_f}{\sqrt{t - \tau(s)}}, \quad (3)$$

где t — время, прошедшее с начала процесса утечки, $\tau(s)$ — время прихода границы кончика трещины в положение s , C_l — эмпирический коэффициент утечек Картера. Время τ можно понимать как обратную к функции длины трещины $L(t)$, т.е $\tau(s) = L^{-1}(t)$.

Связь между потоком смеси q и чистым давлением p_{net} , следующая из решения задачи об установившемся ламинарном течении жидкости между двумя параллельными плоскостями единичной высоты, разнесенными на расстояние w , даётся уравнением Пуазейля:

$$q = -\Lambda(w, p) \frac{\partial p_{net}}{\partial s}, \quad (4)$$

где Λ — оператор мобильности жидкости.

В работе выбрана степенная модель реологии, описывающая с хорошей точностью реологию большинства стандартных жидкостей ГРП $\tau = K\dot{\gamma}^n$, где K — индекс консистенции, n — показатель неньютоновского поведения.

Для модели со степенной реологией оператор мобильности имеет вид:

$$\Lambda(w, p) = \frac{n}{(2n+1)2^{(n+1)/n}} K^{-1/n} w^{\frac{2n+1}{n}} \left| \frac{\partial p_{net}}{\partial s} \right|^{\frac{1-n}{n}}. \quad (5)$$

Влияние дисперсной фазы на вязкостное поведение смеси учтено путем использования эмпирической зависимости индекса консистенции от объемной концентрации проппанта $K(\beta) = K_f(1 - \beta/\beta^*)^{5n/2}$, где K_f — индекс консистенции чистой жидкости, β^* — критическая концентрация твердой фазы (для частиц дисперсной

среды сферической формы и одинаковых размеров концентрация максимально плотной упаковки составляет $\beta^* \approx 0.7$, в реальности же максимально плотная упаковка не достигается, на практике принято пользоваться значением так называемого предела случайной упаковки $\beta^* \approx 0.65$).

Граничными условиями являются нулевой объемный поток (вырождение условия Стефана) и нулевое раскрытие на кончике трещины ($s = L$): $q(t, L) = 0$, $w = 0$, $\forall t > 0$, а также условия на расход смеси и концентрацию пропанта на устье трещины: $q(0, t) = q_0(t)$, $\beta(0, t) = \beta_0(t)$, $\forall t > 0$. В качестве начального условия задаются нулевое раскрытие трещины и нулевая концентрация пропанта: $w(s, 0) = 0$, $\beta(s, 0) = 0$.

Задача геомеханики для каждой ячейки решена в два этапа: на первом этапе решается оптимизационная задача о поиске равновесного состояния (положений нижней и верхней границ ячейки) при заданном давлении p . На втором этапе производится расчет профиля раскрытия $w(z)$.

Равновесная высота достигается в том случае, когда коэффициент интенсивности напряжений (КИН) на кончиках трещины совпадает с коэффициентом трещиностойкости K_{IC} — меры, определяющей способность материала сопротивляться образованию трещин, т.е. $K_{\pm} = K_{IC}$. В линейно-упругой среде КИН на верхнем и нижнем концах трещины (K_{I+} и K_{I-} , соответственно) определяются выражением:

$$K_{\pm} = \sqrt{\frac{2}{\pi h_f}} \int_{-h_f/2}^{h_f/2} (p - \sigma(z)) \sqrt{\frac{h_f/2 \mp z}{h_f/2 \pm z}} dz, \quad (6)$$

где $\sigma(z)$ — профиль напряжений, h_f — высота трещины, p — средневзвешенное по вертикальному сечению давление внутри трещины.

Таким образом, задача о связи между давлением в ячейке трещины p и ее профилем раскрытия w решена путем поиска глобального минимума для функционала:

$$\min_{z_t, z_b} \{ |K_+(z_t, z_b) - K_{IC}(z_t)| + |K_-(z_t, z_b) - K_{IC}(z_b)| \}, \quad (7)$$

с ограничениями, вытекающими из критерия разрушения породы

$$K_+(z_t, z_b) \geq K_{IC}(z_t), \quad K_-(z_t, z_b) \geq K_{IC}(z_b), \quad (8)$$

где $K_{IC}(z)$ — заданный профиль трещиностойкости, а коэффициент интенсивности напряжений удобно переписать в следующем виде:

$$K_{\pm}(z_t, z_b) = \frac{2}{\pi(z_t - z_b)} \int_{z_b}^{z_t} (p - \sigma(z)) \left(\frac{z_t - z}{z - z_b} \right)^{\pm 1/2} dz. \quad (9)$$

Полученный функционал имеет ряд особенностей. Во-первых, в функционал входит интегральное представление КИН для профиля напряжений в общем случае, при этом искомые параметры оптимизации z_t, z_b входят как в подынтегральное выражение, так и в границы интегрирования. Во-вторых, ввиду того, что профили напряжения $\sigma(z)$ и коэффициента трещиностойкости $K_{IC}(z)$ заданы кусочно-заданными постоянными функциями, поверхность целевого функционала терпит разрыв первой производной.

Нелокальное соотношение между давлением p и профилем раскрытия $w(z)$ в линейно-упругой среде определяется выражением Колосова—Мусхелишвили:

$$w(z) = \frac{4}{\pi E'} \int_0^{h_f} (p - \sigma(z')) K(z, z'; h_f) dz', \quad (10)$$

где $E' = E/(1 - \nu^2)$ — модуль плоской деформации, $K(z, z'; h_f)$ — сингулярное ядро, определяемое выражением:

$$K(z, z'; h_f) = \ln \left| \frac{\sqrt{h_f^2 - z^2} + \sqrt{h_f^2 - z'^2}}{\sqrt{h_f^2 - z^2} - \sqrt{h_f^2 - z'^2}} \right|. \quad (11)$$

Выражение (10) выписано в предположении однородности механических свойств среды (модуль плоской деформации E' стоит за знаком интеграла), в то же время процесс ГРП имеет место в неоднородной среде. В качестве допущения в настоящей работе модуль плоской деформации рассматривается как средневзвешенное по вскрытым трещиной слоям.

В работе предложен подход, основанный на введении кажущегося коэффициента трещиностойкости ΔK_{IC} , который зависит от скорости фронта кончика трещины. В допущении, что фронт жидкости на кончиках трещины совпадает с фронтом самой трещины, ввод кажущегося коэффициента трещиностойкости позволяет учесть вертикальный перенос жидкости в трещине и, как следствие, частично снять ключевое допущение Р3Д модели об отсутствии вертикального градиента давления в трещине. В работе введен динамический коэффициент трещиностойкости, расширенный до случая роста трещины в нескольких слоях $K_{IC}^{dyn} = K_{IC} + \Delta K_{IC}(v_{\pm})$, где v_{\pm} — скорость верхнего/нижнего кончика трещины, которые в случае неоднородного геологического разреза отличны друг от друга.

Корректность разработанного алгоритма проверена путем сравнительного анализа с результатами работы (E.V. Dontsov, A.P. Peirce, «An enhanced pseudo-3D model for hydraulic fracturing accounting for viscous height growth, non-local elasticity, and lateral toughness,» Engineering fracture mechanics, pp. 116-139, 2015). В данной работе описан подход к расширению классической модели Р3Д до модели ЕР3Д,

в которой учитывается неявно вязкостная диссипация энергии при вертикальном росте в трехслойной симметричной литологии. Результаты применения разработанного подхода проверены на корректность на результатах, полученных в рамках модели Planar 3D, явно учитывающей вязкостную диссипацию во всех направлениях. Таким образом, совпадение результатов работы с результатами, полученными в рамках модели Planar 3D, будет свидетельствовать о корректности разработанного подхода к неявному учету вязкостной диссипации, что и наблюдается в полученном сравнительном тесте (рис. 1).

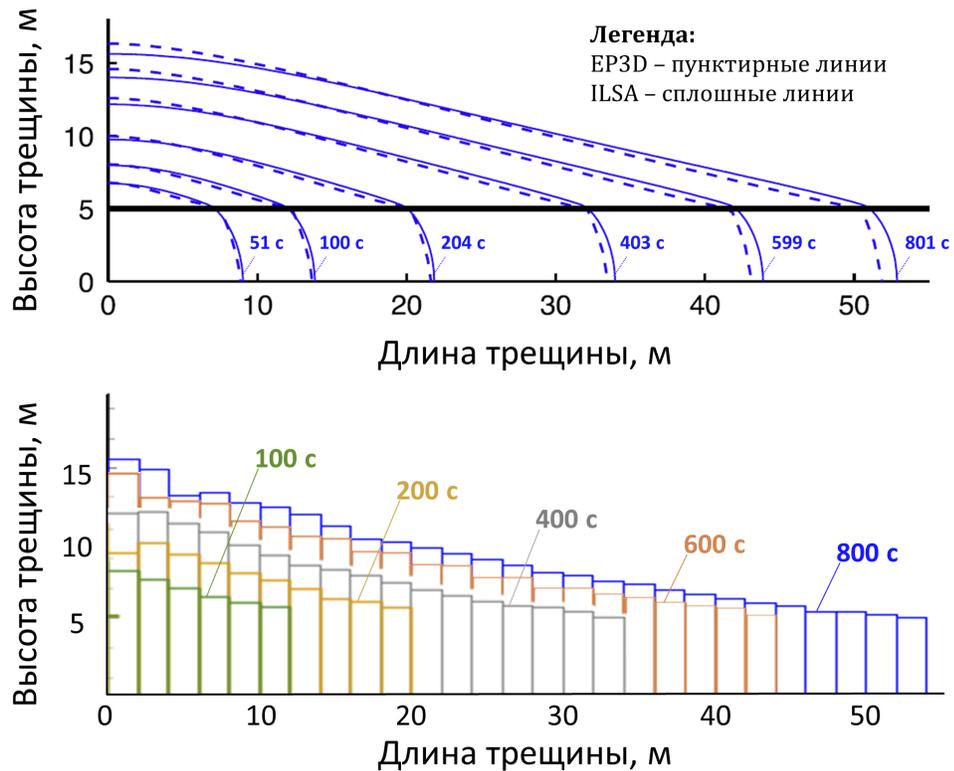


Рис. 1: Сравнение геометрии трещины в различные моменты времени: сверху — результаты работы (E.V. Dontsov, A.P. Peirce, «An enhanced pseudo-3D model for hydraulic fracturing accounting for viscous height growth, non-local elasticity, and lateral toughness», Engineering fracture mechanics, pp. 116-139, 2015); снизу — результаты, полученные в рамках диссертационной работы.

Уравнения массопереноса в канале трещины решаются численно неявной по времени конечно-разностной схемой, аппроксимация потоков на гранях расчётных ячеек производится противопотоковой схемой. На каждом временном шаге решение уравнений неразрывности и сохранения моментов импульса итеративно приближается путём вычислений обновлённых значений параметров задачи геомеханики (профиля раскрытия трещины). Данный подход обеспечивает устойчивость численной схемы и удовлетворительную сходимость.

Расчетная область расширяется по мере необходимости (в зависимости от объема закаченной жидкости), т.е. в основе численного решения легла идея последовательного роста расчетных ячеек. Так как в таком подходе отсутствует изначально заданный размер расчетной области, пропадает необходимость проводить вычисления в той области, где объем ячеек не превышает заданную малую величину.

Задача геомеханики относится к категории задач оптимизации. Ввиду выше описанных особенностей функционала (7) имеем сильную неустойчивость в решении задачи оптимизации (что, в частности, проявляется сильной зависимостью решения от начального приближения), приводящую к рискам получить решение в локальных экстремумах. Последнее положение затрудняет применение стандартных методов оптимизации, основанных на градиентном спуске, так как градиентные методы требуют непрерывной дифференцируемости целевой функции на всем рассматриваемом пространстве параметров. Для снятия указанных проблем в работе для поиска глобального экстремума применен метод Хука-Дживса, безградиентный метод, опирающийся непосредственно на значения оптимизируемого функционала. В качестве начального приближения выбраны точки, соответствующие границам целевого слоя. Оптимизация проводилась для всех точек из множества, сформированного всеми возможными вариантами расположения верхней и нижней границ трещины при заданном значении чистого давления.

Задача геомеханики для заданного профиля упруго-прочностных свойств решается предварительно для различных значений чистого давления. Полученные предварительно значения профиля раскрытия в зависимости от чистого давления используются в численном моделировании роста трещины ГРП. В каждой объемной ячейке трещины решается обратная задача: по заданным положениям границ трещины вычисляется значение чистого давления. Промежуточные значения по имеющемуся дискретному набору данных вычисляются путем интерполяции. Такой подход позволяет существенно сократить общее время моделирования процесса ГРП.

Во **Второй главе** диссертации представлена физико-математическая модель динамики роста нескольких трещин в стволе горизонтальной скважины. Численно решены следующие задачи: задача гидравлики ствола скважины методом конечных объемов с неявной аппроксимацией по времени, задача переноса рабочей смеси в канале трещины методом конечных разностей с неявной аппроксимацией по времени и последовательным добавлением ячеек в расчетной области, задача поиска геомеханической связи между упруго-прочностными свойствами и профилем раскрытия в трещине путем решения оптимизационной задачи с ограничениями для составного функционала, а также интерференции трещин модифицированным методом разрывных смещений.

Задача о переносе смеси жидкости и проппанта в стволе скважины произвольного сечения $A_w(l)$ и произвольного геометрического профиля рассмотрена в

нестационарной квазиодномерной постановке за счет усреднения уравнений неразрывности и сохранения момента импульсов по сечению ствола скважины: все величины изменяются только вдоль скважины (вдоль криволинейной координаты l , отсчитываемой от устья до забоя скважины). По заданному расходу рабочей смеси $q_0(t)$ и объемной концентрации твердой фазы $\beta_0(t)$ на устье скважины необходимо определить те же параметры по перфорационным отверстиям на забое скважины, т.е. граничные условия для трещин $q_i(t)$, $\beta_i(t)$, где индекс i обозначает i -ую трещину (рис. 2).

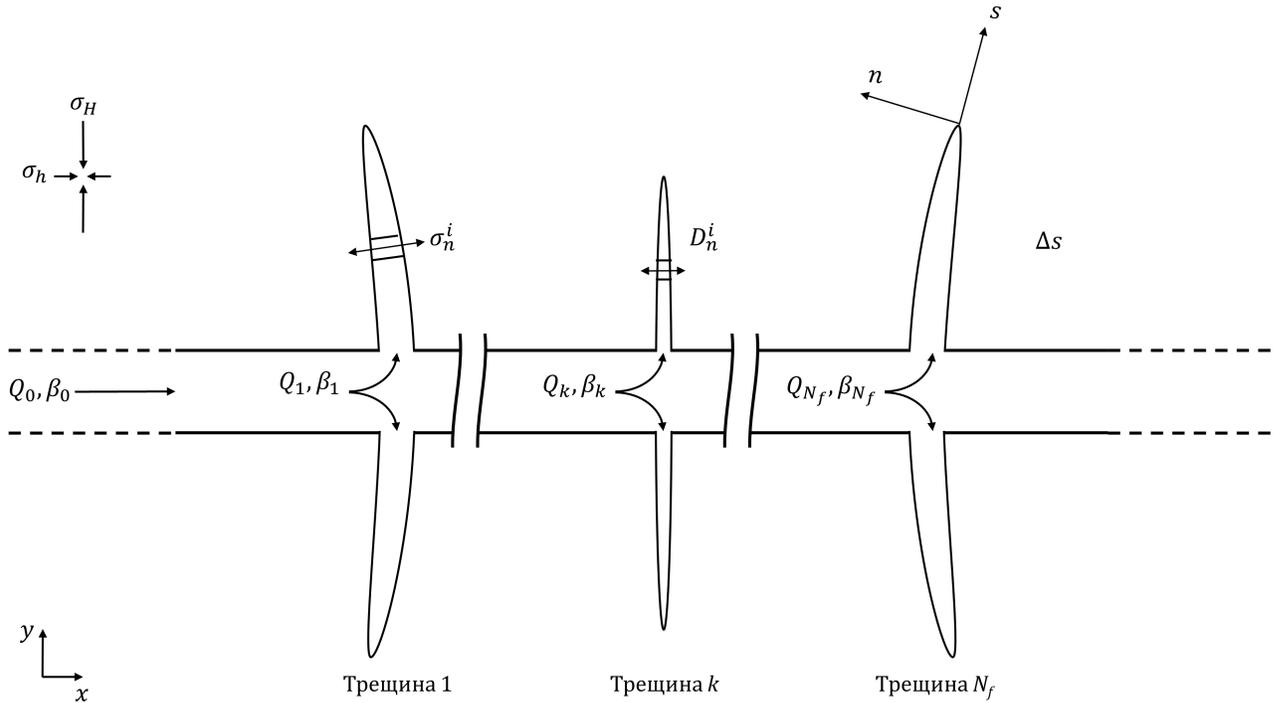


Рис. 2: Схематичное представление задачи о связанном описании процессов роста нескольких трещин ГРП в стволе горизонтальной скважины.

К принятым допущениям о задаче одиночной трещины, сделанным в предыдущей главе в рамках задачи МГРП добавляются следующие: рассматривается ствол горизонтальной скважины с обсаженным цементированным стволом, проходящим вдоль целевого продуктивного слоя и ориентированным в направлении горизонтальных минимальных напряжений σ_h ; жесткость обсадной колонны значительно превышает жесткость породы; внутрискважинное давление не влияет на напряженное состояние в окрестности скважины; потерей давлений на перфорационных отверстиях пренебрегается; внутренняя поверхность скважины идеально гладкая, отсутствует шероховатость; жидкость рассматривается слабо сжимаемой, деформацией обсадной колонны под действием давления жидкости пренебрегает-

ся; рост трещины рассматривается в пласте с нормальным тектоническим режимом ($\sigma_v > \sigma_H > \sigma_h$).

В приближении слабо сжимаемой жидкости получены уравнения неразрывности для смеси жидкости и пропанта. С учетом граничных условий на устье скважины и стоков в перфорационных отверстиях получены уравнения на давление p и концентрацию пропанта β в стволе скважины:

$$A_w c \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial A_w v_w}{\partial l} + A_w v_w c \frac{\partial p}{\partial l} = \delta(l) q_{m0}(t) - \sum_{i=1}^{N_f} \delta(l - l_i) q_{mi}, \quad (12)$$

$$A_w \frac{\partial \beta}{\partial t} + \frac{\partial A_w \beta v_w}{\partial l} = \delta(l) \beta_0(t) q_{m0}(t) - \sum_{i=1}^{N_f} \delta(l - l_i) \beta_i q_{mi}, \quad (13)$$

где N_f — количество трещин, $A_w = \pi r_w^2$ — площадь сечения скважины, q_{m0} и β_0 — объемный расход смеси и концентрация пропанта на устье скважины, соответственно, q_{mi} и β_i — объемный расход смеси и объемная концентрация пропанта на i -ом перфорационном отверстии (для i -ой трещины), соответственно, v_w — скорость смеси, c — коэффициент сжимаемости жидкости, δ — символ Кронекера.

В приближении быстро устанавливающегося давления выражение для потерь давления в стволе скважины с учетом переменной площади сечения ствола скважины имеет вид:

$$\frac{\partial A_w p}{\partial l} = -2\pi r_w \tau + A_w \rho_m g \cos \phi(l), \quad \tau = \rho_m \frac{f(Re, \epsilon) v_w |v_w|}{4 \cdot 2}, \quad (14)$$

где $\phi(l)$ — угол инклинометрии скважины, $\rho_m = (1 - \beta)\rho_f + \beta\rho_p$ — взвешенная по фазам плотность смеси, τ — касательные напряжения.

Число Рейнольдса Re для течения жидкости со степенной реологией в канале круглого сечения имеет вид:

$$Re = \frac{(2r_w)^n v_w^{2-n} \rho_f}{8^{n-1} \left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n K}. \quad (15)$$

Коэффициент трения f при ламинарном режиме течения ($Re \leq 3250 - 1150n$) определяется выражением $f = 16/Re$, при турбулентном режиме течения имеем трансцендентное выражение на связь коэффициента трения и числа Рейнольдса для жидкости степенной реологии:

$$1/\sqrt{f} = \frac{4}{n^{3/4}} \log(Re f^{1-n/2}) - 0.395n^{-1.2}. \quad (16)$$

Система уравнений снабжается уравнениями на массоперенос (1, 2) и геомеханики каждой (7, 10) i -ой трещины. Система уравнения замыкается интегральными сохранениями потоков смеси и объемной концентрации:

$$q_{m0}(t) = \sum_{i=1}^{N_f} q_{mi}, \quad \beta_0(t) = \sum_{i=1}^{N_f} \beta_i. \quad (17)$$

В начальный момент времени скважина заполнена буферной жидкостью с нулевой концентрацией пропантанта, давление определяется гидростатикой: $v_m(l, t = 0) = 0$, $\beta(l, t = 0) = 0$, $P(l, t = 0) = \rho_f g z(l)$, $\forall l \in [0, L_w]$.

В работе учтено взаимное влияние трещин в процессе роста, называемое также эффектом интерференции. Задача взаимного влияния трещин друг на друга решена методом разрывных смещений, предложенным С.Л. Краучом, А.М. Старфилдом. Метод основан на решении задачи о бесконечной плоскости, смещения в которой терпят постоянный по величине разрыв в пределах элементарного отрезка. Физически разрыв смещений представлен в виде линейной трещины, поверхности которой смещены относительно друг друга на некоторую постоянную величину. Фактически трещина не является линейной, а ее раскрытие не является постоянным вдоль длины. Метод разрывных смещений позволяет заменить непрерывные вдоль трещины разрывы смещений дискретной аппроксимацией, а именно разбить трещину на дискретный набор граничных элементов, считая трещину в пределах каждого элемента прямолинейной, а ее раскрытие – постоянным. В задаче интерференции каждая ячейка трещины рассматривается как локальный источник дополнительных напряжений.

Локальные продольные и поперечные разрывы смещений (или, соответственно, касательные и нормальные раскрытия берегов трещины) имеют вид: $D_s = u_s(s, 0_-) - u_s(s, 0_+)$, $D_n = u_n(n, 0_-) - u_n(n, 0_+)$, где $u_s(s, 0_-)$, $u_s(s, 0_+)$ – касательные смещения нижнего и верхнего берегов трещины, $u_n(s, 0_-)$, $u_n(s, 0_+)$ – касательные смещения нижнего и верхнего берегов трещины, 0_+ – верхняя поверхность трещины, 0_- – нижняя поверхность трещины.

Предполагаем, что ширина раскрытия трещины равна нормальному разрыву смещений, напряжение сдвига на поверхности трещины отсутствует, т.е. заданы следующие краевые условия: $w(s) = D_n$, $\sigma_s = 0$. Индуцированные напряжения, действующие на элемент трещины в условиях наличия разрывных смещений в расчетной области, выражаются в явной форме:

$$\sigma_n^i = \sum_{j=1}^N A^{ij} C_{ns}^{ij} D_s^j + \sum_{j=1}^N A^{ij} C_{nn}^{ij} D_n^j, \quad \sigma_s^i = \sum_{j=1}^N A^{ij} C_{ss}^{ij} D_s^j + \sum_{j=1}^N A^{ij} C_{sn}^{ij} D_n^j, \quad (18)$$

где D_s^j и D_n^j — касательная и нормальная компоненты разрывов смещений j -го элемента, а C^{ij} — граничные коэффициенты влияния разрыва смещений j -го элемента на напряжения в i -м элементе, A^{ij} — поправки Д. Олсона, учитывающие конечную высоту трещин.

На каждом временном шаге рассчитывается вклад всех элементарных разрывов смещений на дальнейшее развитие трещин. Расчитанные значения компонент тензора индуцированных напряжений σ_n , σ_s добавляются аддитивно к пластовым начальным напряжениям. Угол, под которым инициируется и растет каждая новая ячейка трещины определяется выражением $\alpha = \frac{1}{2} \arctan \left| \frac{2\sigma_{xy}^{tot}}{\sigma_{xx}^{tot} - \sigma_{yy}^{tot}} \right|$. Описание численного решения роста трещин в неоднородном геологическом разрезе приведено в предыдущей главе.

Для численного моделирования массопереноса в стволе скважины построена неявная конечно-разностная аппроксимация уравнений. Потоки на гранях аппроксимируются противопотоковой схемой. При этом для дискретизации закона сохранения импульса смеси применяется смещённая расчётная сетка. При такой реализации давление смеси и объёмные концентрации флюидов и твёрдой фазы в виде проппанта определяются в центре расчётной ячейки, в то время как скорость смеси — на её грани.

Связь расчётных модулей, отвечающих за гидравлику ствола скважины и рост трещин, осуществляется при помощи граничных условий на перфорациях скважины. Отток флюида из скважины в трещины ГРП моделируется при помощи массовых стоков на перфорациях скважины.

В **Третьей главе** диссертации рассмотрены результаты численного моделирования в приложении к прикладным задачам, актуальным в разрезе планирования дизайна ГРП. Рассмотрены следующие процессы: рост трещины в трехслойной симметричной литологии; вязкостная диссипация в вертикальном росте трещины; анализ влияния концевое экранирования на динамику роста трещины; рост и смыкание трещины в сложном геологическом разрезе; влияние эффекта интерференции на профиль закрепленной трещины.

Пример численного моделирования эффекта концевое экранирования приведен на рис. 3. Параметры для проведения численного эксперимента следующие: $T = 34$ мин. — период закачки; $q = 1.2$ м³/мин. — расход смеси; $\beta = 0.2$ — концентрация проппанта; $a = 1$ мм. — диаметр частиц проппанта; $K = 7$ Па сек. ^{n} — индекс консистенции жидкости; $n = 0.9$ — показатель неньютоновского поведения; $H = 30$ м — толщина продуктивного слоя; $E = 10$ ГПа — модуль Юнга; $\nu = 0.2$ — коэффициент Пуассона; $K_{Ic} = 1.5$ МПа с^{1/2} — коэффициент трещиностойкости; $\Delta\sigma = 70$ МПа — контраст минимальных горизонтальных напряжений.

Качественно наблюдаются два эффекта: увеличение объемной доли проппанта по мере прохождения вдоль канала трещины и осаждение за счет сил гравитации (скорость осаждения частиц вычисляется в рамках модели Стокса с учетом

влияния объемной концентрации дисперсной фазы на вязкостные свойства смеси). Спустя примерно 30 мин. концентрация пропанта достигает критического значения на кончике трещины, рост в горизонтальном направлении приостанавливается.

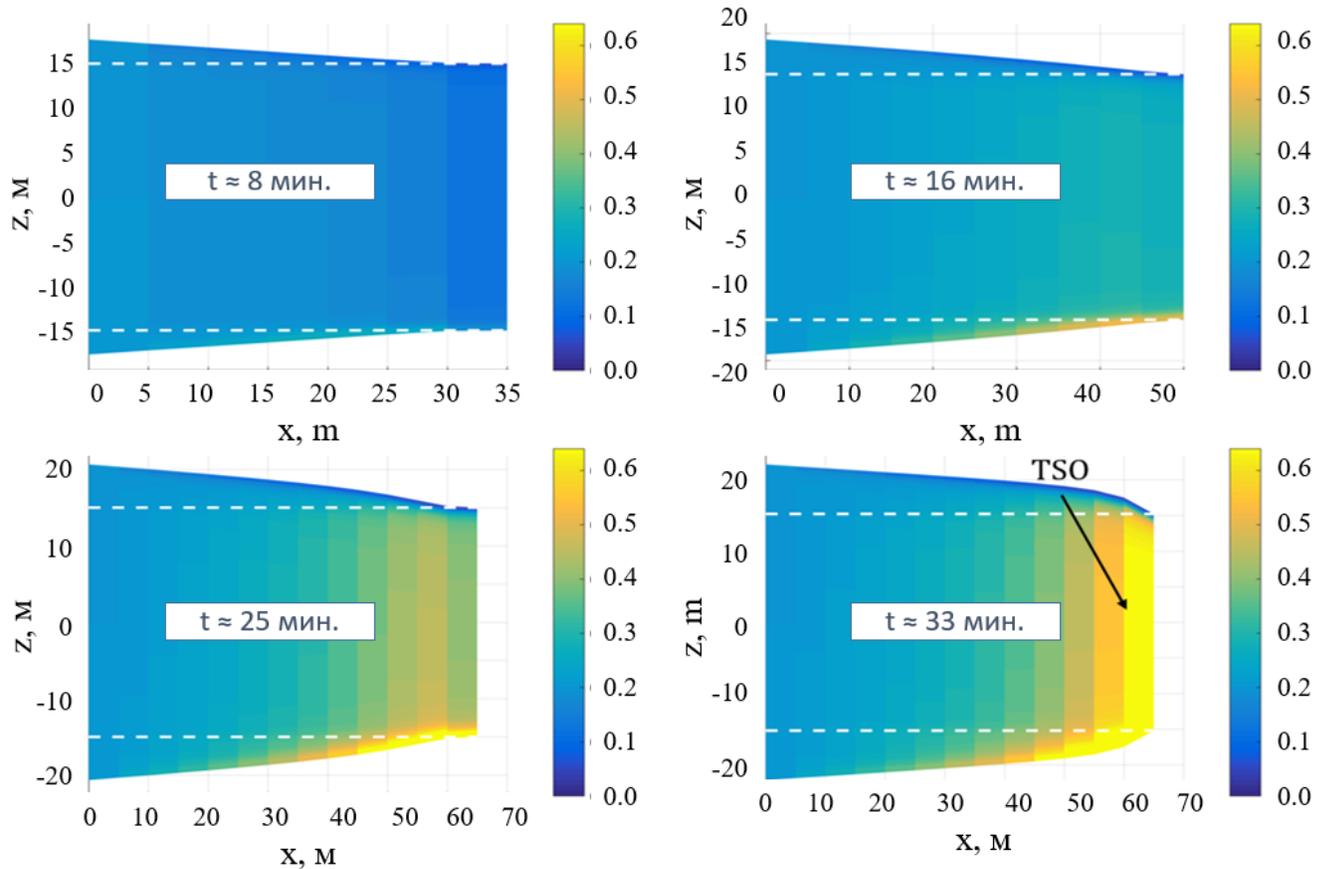


Рис. 3: Динамика роста трещины (вид сбоку) и переноса пропанта (цветовая карта) в различные моменты времени. Пунктирными линиями отображены границы целевого слоя. Цветовая карта отображает объемную концентрацию пропанта.

В главе диссертации **Результаты** также приведен пример расчета роста одиночной трещины для случая более сложной литологии. Используемая в примере литология (рис. 4) имеет высокую неоднородность по напряжению, модулю Юнга, коэффициенту Пуассона.

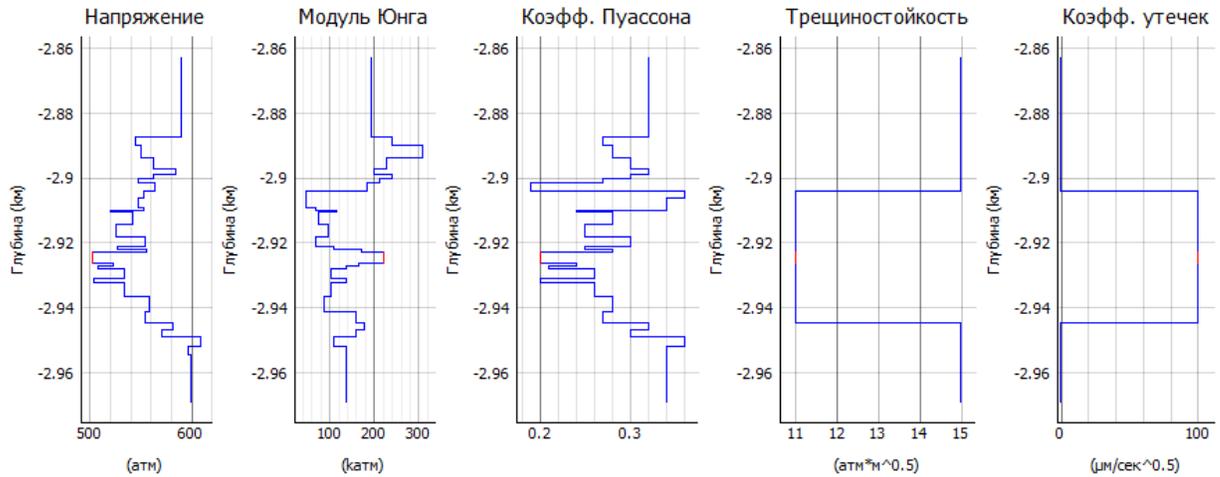


Рис. 4: Литология, используемая в расчете (красным цветом выделен интервал перфораций – протяженный источник).

Режим закачки, используемый в данном примере, приведен на рисунке 5. Закачиваются гелеобразные жидкости с различной реологией, начиная с момента времени 2.5 мин. происходит ступенчатый набор массовой концентрации пропанта, расход смеси понижен вдвое, до этого момента закачивается подушка.

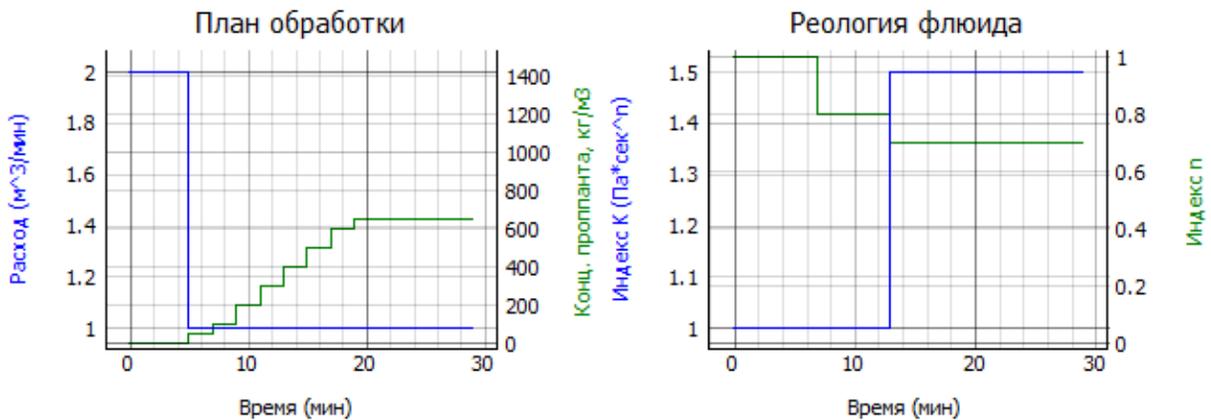


Рис. 5: Режим закачки: расход смеси и массовая концентрация пропанта – рисунок слева, реологические свойства закачиваемых жидкостей – рисунок справа.

Геометрия трещины в различные моменты времени, а также кривая чистого давления в процессе роста, представлены на рисунке 6.

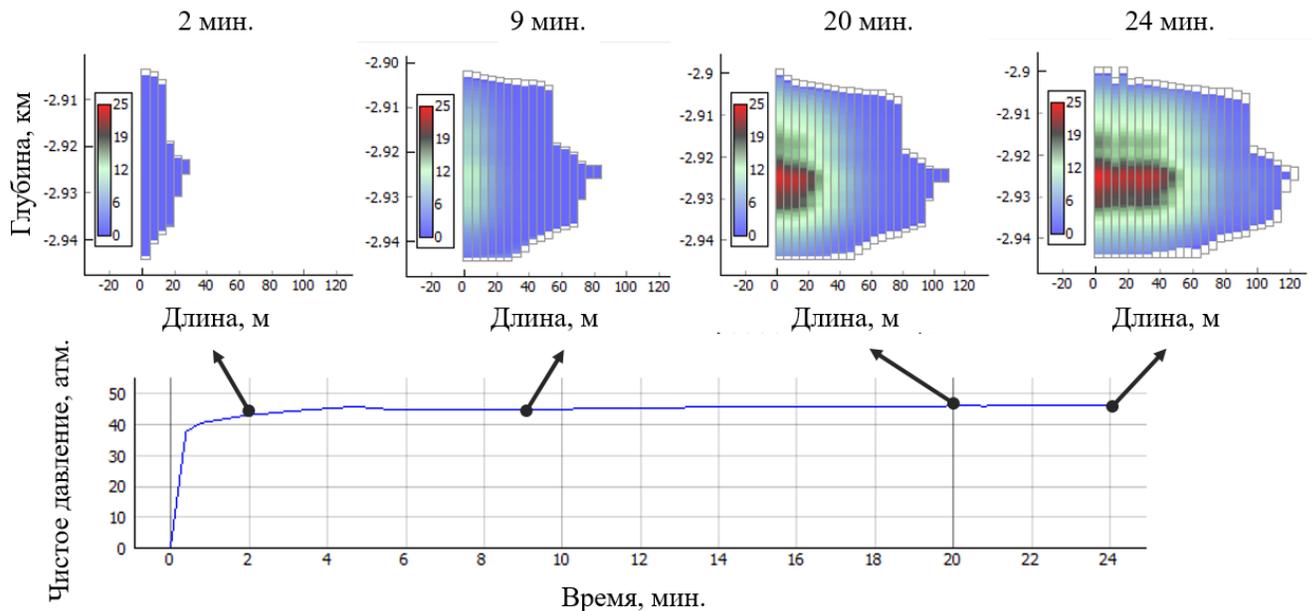


Рис. 6: Динамика роста трещины (цвет соответствует концентрации проппанта в $\text{кг}/\text{м}^2$) – рисунок сверху, зависимость чистого давления от времени – рисунок снизу. Цветом обозначается массовая концентрация проппанта на единицу площади.

Из рисунка можно наблюдать следующее: чистое давление на устье трещины растет в процессе роста, небольшой спад давления на 4.5 мин. обусловлен уменьшением расхода в режиме закачки. Так как чистое давление не превышает 50 атм., трещина зажата в литологическом разрезе между уровнями 2.9 км и 2.945 км в процессе роста, в обратном случае трещина прорывалась бы в новые слои. Начиная с 2.5 мин. в канал трещины закачивается проппант (цвет соответствует массовой концентрации проппанта на единицу площади).

Процесс закрытия трещины может продолжаться на достаточно большом промежутке времени. За это время рабочие жидкости теряют несущую способность, и проппант успевает осесть за счет силы гравитации, в результате чего профиль раскрытия трещины на момент окончательного смыкания будет неравномерным. Это может привести к тому, что эффективная площадь контакта между проводимой трещиной ГРП и продуктивным слоем будет существенно меньше той, что была на момент остановки закачки, а гидродинамическая связь со скважиной может полностью отсутствовать. Такая особенность наблюдается на рисунке 6, где не закрашенными ячейками отображен профиль трещины на момент остановки закачки (момент начала смыкания). Разница между гидравлической и закрепленной трещинами по площади контакта составляет порядка 40%.

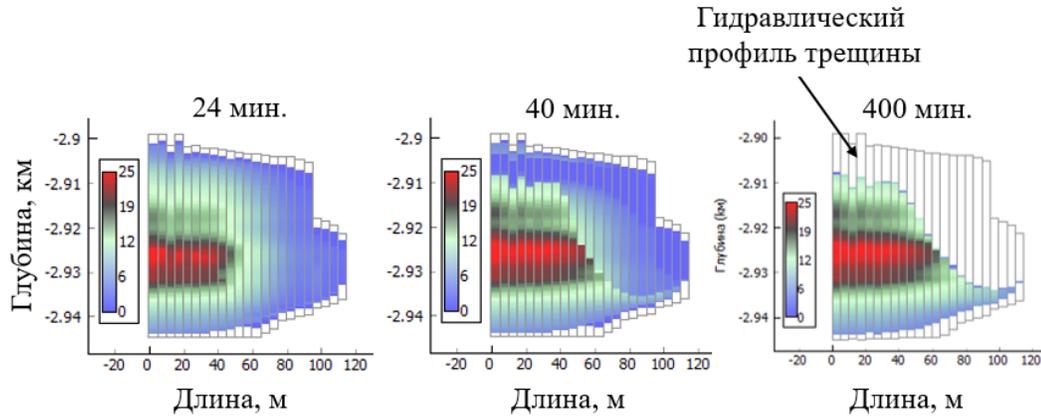


Рис. 7: Динамика смыкания трещины: рисунок слева – начало закрепления трещины на пропант, рисунок справа – трещина полностью закрепилась. Не закрашенными ячейками изображен профиль трещины на момент начала смыкания. Цветом обозначается массовая концентрация пропанта на единицу площади.

В **Заключении** диссертации приведены основные результаты работы:

1. В рамках кусочно-заданной псевдо-трехмерной модели трещины ГРП (cell-based P3D) построен численный алгоритм для моделирования многостадийного гидроразрыва пласта в стволе горизонтальной скважины: решена связанная задача течения смеси жидкости с неньютоновской степенной реологией и пропантом, выступающем в роли расклинивающей дисперсной фазы, в стволе скважины и каналах трещин ГРП, а также роста трещин согласно силовому критерию разрушения и их взаимному влиянию. Учитывается неоднородность упруго-прочностных свойств пласта.
2. Классическая псевдо-трехмерная модель трещины ГРП P3D расширена до модели, учитывающей вязкостную диссипацию энергии при вертикальном росте в неоднородном геологическом разрезе. Реализованная модель апробирована путем сравнения численных результатов с результатами, полученными в рамках модели ILSA. Решение задачи имеет практическую значимость в контексте анализа рисков прорыва трещины ГРП в нежелательные слои, прорыв трещины в которые может привести к прорыву конуса воды или газовой шапки.
3. На базе созданного подхода к моделированию МГРП реализован инженерный программный комплекс, позволяющий проводить оценку эффективности применения технологии МГРП с несколькими кластерами перфораций или портами ГРП в рамках одной стадии, а также выполнять оптимизацию заканчивания горизонтальной скважины. Реализованный программный комплекс позволяет задавать произвольный режим закачки на устье скважины,

различные типы проппанта и жидкости, геомеханический разрез с произвольным количеством слоёв, а также пространственный профиль скважины с произвольным количеством стадий МГРП и точек инициации трещин в каждой из них. На этапе проектирования разработанный программный комплекс позволяет покрывать ключевые звенья технологической цепочки работ по гидроразрыву пласта в горизонтальной скважине.

Публикации автора по теме диссертации:

1. *Budennyu, S.A.* Pseudo 3D hydraulic fracturing model with account for vertical viscous dissipation / R.N. Nikitin, D.A. Mitrushkin, V.O. Demo // XLV International Conference "Advanced Problems in Mechanics June 22—27, 2017, St. Petersburg, Russia. Book of Abstracts. / Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University. — St. Petersburg, 2016. — P.109—114.
2. *Буденный С.А.* Связанное решение задачи роста трещины гидроразрыва пласта и течения неньютоновской жидкости и проппанта в канале трещина / Р.Н. Никитин, А.В. Бочкарев // 59 Научная конференция МФТИ (Долгопрудный, 21-26 ноября, 2016): тезисы докладов / Московский Физико-технический институт. — Долгопрудный, 2016. — С. 1—3.
3. *Гончар Р.П.* Моделирование течения смеси рабочей жидкости и проппанта по стволу скважины и роста трещин гидроразрыва пласта / Р.М. Сидтиков, С.А. Буденный, А.В. Бочкарев, Р.Н. Никитин // 59 Научная конференция МФТИ (Долгопрудный, 21-26 ноября, 2016): тезисы докладов / Московский Физико-технический институт. — Долгопрудный, 2016. — С. 1—3.
4. *Bochkarev, A. V.* Pseudo-3D Hydraulic Fracture Model with Complex Mechanism of Proppant Transport and Tip Screen Out / S.A. Budennyu, R.N. Nikitin, D.A. Mitrushkin // XV European Conference on the Mathematics of Oil Recovery. — European Association of Geoscientists and Engineers, August 29 — September 1, 2016, Amsterdam, Netherlands. Conference paper. — Amsterdam, 2016.
5. *Budennyu, S.A.* An Enhanced Pseudo-3D Model of Hydraulic Fracture in Multi-Layered Formation // SPE Annual Technical Conference and Exhibition. — Society of Petroleum Engineers, October 9—1, 2017, San Antonio, United States. Conference paper. — San Antonio, 2017.
6. *Bochkarev, A. V.* Optimization of multi-stage hydraulic fracturing design in conditions of Bazhenov formation / S.A. Budennyu, R.N. Nikitin, D.A. Mitrushkin, A.A. Erofeev, V.V. Zhukov // Oil Industry Journal, 2017(03), 50-53.

7. Буденный, С.А. Моделирование многостадийного гидроразрыва пласта в низкопроницаемых неоднородных коллекторах баженовской свиты / А.В. Бочкарев, Р.Н. Никитин, А.А. Ерофеев, Д.А. Митрушкин, Б.В. Васекин, Д.Д. Филиппов, В.А. Кузнецов, В.О. Демо, И.А. Карпов // Совместный семинар EAGE/SPE 2017: "Наука о сланцах, проблемы разведки и разработки". — 10-11 апреля, 2017, Москва. Сборник тезисов.
8. Андрианова А.А. Применение методов машинного обучения в задачах повышения качества и информативности промысловых данных / М.В. Симонов, Д.С. Перец, А.С. Маргарит, Д.А. Серебрякова, Ю.В. Богданов, С.А. Буденный, Н.А. Волков, А.Ю. Бухарев, А. Цанда, С.И. Пастухов // Ежегодная научно-техническая конференция SPE. — 15-17 октября, 2018, Москва.

Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ:

- №2018612491, Пользовательский интерфейс программы для моделирования и анализа многостадийного гидроразрыва пласта в условиях залежей баженовской свиты, дата регистрации: 16.02.2018;
- №2018612499, Программа для моделирования роста псевдотрехмерной трещины при гидроразрыве пласта в многослойной литологии с учетом вязкостной диссипации энергии при вертикальном росте в условиях залежей баженовской свиты, дата регистрации: 19.02.2018;
- №2018612319, Программа для моделирования формирования сети псевдотрехмерных трещин с учетом их взаимодействия и интерференции при многостадийном гидроразрыве пласта в многослойной литологии в условиях залежей трещиноватых коллекторов, дата регистрации: 15.02.2018;
- №2016663638, Программа для ЭВМ с алгоритмами численного моделирования роста псевдотрехмерной трещины в трехслойной симметричной литологии, дата регистрации: 10.01.2017;
- №2016662894, Программа для ЭВМ SET-FRAC, дата регистрации: 25.11.2016;
- №2016662418, Программа для моделирования роста псевдотрехмерных трещин в многослойной литологии и их интерференции при многостадийном гидроразрыве пласта в условиях залежей баженовской свиты, дата регистрации: 20.12.2016.